תשובות נכונות (בדף האחרון)

104016 – אלגברה 1/מ

מבחן מועד ב', אביב תשס"ז, 29.10.07

שם משפחה: _____ שם פרטי: _____

מספר סטודנט: | | | | | | | | |

קראו את ההנחיות הבאות בטרם תתחילו לפתור את הבחינה:

- משך הבחינה: שלוש שעות.
- יש לענות רק על טופס המבחן. מחברות טיוטא לא יאספו.
- אסור כל חומר עזר ואסור מחשבון.
- במבחן זה 12 שאלות ו- 15 תשובות נכונות. לכל שאלה יש לפחות תשובה אחת נכונה, אך לא יותר משתי תשובות נכונות. בנוסף ישנה שאלת שיעורי בית עליה יש לתת פתרון מלא.
- כל תשובה נכונה בטבלה ערכה 6 נקודות. ערכה של שאלת שיעורי הבית היא 10 נקודות.
- אין לסמן יותר מ- 15 סימונים בטבלת התשובות. על כל סימון בטבלה מעבר ל- 15 סימונים יורדו 6 נקודות.
- אין הורדת נקודות על תשובות לא נכונות, אלא רק על מספר סימונים חורג כמפורט בסעיף קודם.

טבלת תשובות – עקב טעות הדפסה יש רק 14 תשובות נכונות

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
א												
ב												
ג												
ד												

ביקורת:

מספר ה- X שסימנתי:

לשימוש הבודקים בלבד:

מספר סימונים	
מספר סימונים נכונים	
ציון על השאלות הסגורות	
ציון ש"ב	
ציון סופי	

בהצלחה ☺

שאלה 1

לפניכם שתי משוואות במספרים מרוכבים:

$$i|Z|^2 = Z - \overline{Z} \quad , \; |Z-1| = 1$$

אז מתקיים בדיוק אחד מהמקרים הבאים:

א. לשתי המשוואות אין אף פתרון משותף.

ב. לשתי המשוואות יש פתרון אחד משותף.

ג. לשתי המשוואות יש אין סוף פתרונות משותפים.

ד. לשתי המשוואות יש שני פתרונות משותפים.

שאלה 2

תהי A מטריצה מסדר 3×4 כך ש $rank(A)=3$

אז

א. בהכרח קיים $b\neq 0$ כך שלמערכת $A^t x = b$ יש אין סוף פתרונות.

ב. בהכרח קיים $b\neq 0$ כך שלמערכת $A^t x = b$ יש פתרון יחיד.

ג. למערכת $A^t x = b$ יש פתרון יחיד לכל b.

ד. למערכת $A^t x = 0$ יש בהכרח אין סוף פתרונות.

שאלה 3

תהיינה A,B מטריצות סימטריות מאותו הסדר, אז בהכרח מתקיים:

א. $A^{2007}B^t$ מטריצה סימטרית.

ב. $A^{2007}B^t$ מטריצה אנטי-סימטרית.

ג. $A^{2007} - 2007B^t$ מטריצה סימטרית.

ד. $A^{2007} - 2007B^t$ מטריצה אנטי-סימטרית.

שאלה 4

תהיינה A ו- B מטריצות מסדר 3×3.

א. אם $rank(A)+rank(B)=6$ אז ל- $(A+B)x=0$ יש פתרון טריוויאלי בלבד.

ב. אם $rank(A+B)=3$ אז $rank(A)=3$ או $rank(B)=3$.

ג. אם $rank(A)=2\ ,\ rank(B)=1$ אז כל עמודה של B היא פתרון של המערכת $Ax=0$.

ד. אם $rank(A)+rank(B)>3$ אז קיימת עמודה של B שאינה פותרת את המערכת $Ax=0$.

שאלה 5

תהי A מטריצה ממשית מסדר $m\times 7$ ויהיו:

$$V=\left\{x\in R^7 \;\middle|\; Ax=0\right\}$$

$$W=sp\left\{v_1,v_2,v_3\right\}\quad ,\quad v_1,v_2,v_3\in R^7$$

א. אם $V=W$ אז בהכרח $m\geq 4$.

ב. אם $V=W$ אז בהכרח $m\leq 3$.

ג. אם $rank(A)=4$ אז בהכרח $V\neq W$.

ד. אם $m=3$ ו- $W\subseteq V$ אז בהכרח v_1,v_2,v_3 תלויים ליניארית.

שאלה 6

יהי $V=P_3\left[x\right]$ מרחב הפולינומים הממשיים ממעלה קטנה או שווה ל- 3 ויהיו U_1 ו- U_2 שני תת המרחבים הבאים של V:

$$U_1=\left\{p(x)\in V \;\middle|\; p(1)-p'(1)=0\right\}$$

$$U_2=\left\{p(x)\in V \;\middle|\; p(1)=p'(1)=0\right\}$$

אז:

א. $U_1=U_2$.

ב. $V=U_1+U_2$ והסכום איננו ישר.

ג. $U_1\cup U_2$ הוא תת מרחב של V.

ד. אם W הוא תת מרחב של V כך ש- $V=W\oplus(U_1\cap U_2)$ אז $\dim W=1$.

שאלה 7

תהי $T:R^4 \to R_2[x]$ העתקה ליניארית המוגדרת ע"י $T(a,b,c,d)=(b+d)+(a+c)x$

כאשר $R_2[x]$ הוא מרחב הפולינומים ממעלה קטנה או שווה ל- 2 עם מקדמים ממשיים, אזי:

א. $\ker T = sp\{(2,1,-2,-1)\ ,\ (1,-1,-1,1)\}$.

ב. $\ker T = sp\{(1,0,1,0)\ ,\ (0,1,0,1)\}$.

ג. $\operatorname{Im} T = sp\{1+x+x^2\ ,\ 1+x\}$.

ד. $\operatorname{Im} T = sp\{1+x\}$.

שאלה 8

תהא A מטריצה ממשית מסדר 7×7. נתון כי $rank(A)=4$ ונתון כי $\lambda^4-7\lambda^2+10$ מחלק את הפולינום האופייני של A אז:

א. $trace(A^2)=0$.

ב. $trace(A^2)=7$.

ג. $trace(A^2)=14$.

ד. $trace(A^2)=21$.

שאלה 9

תהי $T:R_2[x]\to R_2[x]$ העתקה ליניארית המוגדרת ע"י $T(f(x))=f'(x)+f(x)$ כאשר

$R_2[x]$ הוא מרחב הפולינומים ממעלה קטנה או שווה ל- 2 עם מקדמים ממשיים, אזי:

א. ל- T יש שני ערכים עצמיים שונים.

ב. כל הוקטורים העצמיים של T תלויים ליניארית.

ג. T חח"ע ועל.

ד. T לכסינה.

שאלה 10

נתונה המטריצה $A=\begin{pmatrix}1&1&0&1\\4&0&x&2\\0&3&0&0\\1&1&1&2\end{pmatrix}$ אזי:

א. $\lambda=0$ הוא ערך עצמי של A אס"ם $x=0$.

ב. $rank(A)<4$ אס"ם $x=0$.

ג. $\lambda=0$ הוא ערך עצמי של A אס"ם $x=-2$.

ד. $rank(A)=4$ אס"ם $x=-2$.

שאלה 11

$T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ אופרטור לינארי כך ש:

$\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ ווקטור עצמי של T עם ערך עצמי $\lambda=0$ ו- $\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ ווקטור עצמי של T עם ערך עצמי $\lambda=2$,

אז בהכרח:

א. $T\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$

ב. $T\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=T\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$

ג. $T\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=-T\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$

ד. $\operatorname{Im}T=Span\left\{\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right\}$

שאלה 12

יהי $V = R_2[x]$ מרחב הפולינומים הממשיים ממעלה קטנה או שווה ל- 2 עם מכפלה פנימית:

$\langle p(x), g(x) \rangle = \int_{-1}^{1} p(x)g(x)dx$ ויהי W תת המרחב הבא של V:

$$W = sp\{1+x\}$$

אז:

א. $\left\{\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}(1+x)\right\}$ הוא בסיס אורתונורמלי של W.

ב. $\left\{\frac{1}{\sqrt{2}}(1+x)\right\}$ הוא בסיס אורתונורמלי של W.

ג. $W^{\perp} = sp\{1-2x^2\ ,\ x-2x^2\}$.

ד. $W^{\perp} = sp\{1+2x^2\ ,\ x+2x^2\}$.

שאלת שיעורי הבית:

הפרך ע"י דוגמא נגדית או הוכח את הטענות הבאות:

א. תהי A מטריצה ריבועית מסדר $n \times n$ בעלת ערך עצמי יחיד (כלומר מריבוי אלגברי n).
אם A לא מטריצה סקלרית אז A לא לכסינה.

ב. תהי A מטריצה ריבועית מסדר $n \times n$ הפיכה, כך שסכום איברי כל שורה שלה שווים ל- 1
אז גם A^{-1} מקיימת את התנאי שסכום איברי כל שורה שלה שווים ל- 1.

דף מעקב לנבחן

104016 – אלגברה 1/מ
מבחן מועד ב', אביב תשס"ז, 29.10.07

שם משפחה: _____ שם פרטי: _____

מספר סטודנט: | | | | | | | | |

קראו את ההנחיות הבאות בטרם תתחילו לפתור את הבחינה:

- משך הבחינה: שלוש שעות.
- יש לענות רק על טופס המבחן. מחברות טיוטא לא יאספו.
- אסור כל חומר עזר ואסור מחשבון.
- במבחן זה 12 שאלות ו- 15 תשובות נכונות. לכל שאלה יש לפחות תשובה אחת נכונה, אך לא יותר משתי תשובות נכונות. בנוסף ישנה שאלת שיעורי בית עליה יש לתת פתרון מלא.
- כל תשובה נכונה בטבלה ערכה 6 נקודות. ערכה של שאלת שיעורי הבית היא 10 נקודות.
- אין לסמן יותר מ- 15 סימונים בטבלת התשובות. על כל סימון בטבלה מעבר ל- 15 סימונים יורדו 6 נקודות.
- אין הורדת נקודות על תשובות לא נכונות, אלא רק על מספר סימונים חורג כמפורט בסעיף קודם.

טבלת תשובות – עקב טעות הדפסה יש רק 14 תשובות נכונות

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
א					×		×					×
ב		×							×			
ג			×			×		×	×	×	×	
ד	×			×							×	

ביקורת:

מספר ה- X שסימנתי: ☐

שאלות ש"ב:

א. נכון

ב. נכון